**Слайд 2**

В рамках рассматриваемой модели предполагается, что дистанционное обучение проводится совместно с очной формой обучения в виде организации самостоятельной работы студентов посредством использования электронного учебника для выполнения домашнего задания и организации тестирования.

Предлагаемый пользователю курс дистанционного обучения разбит на несколько разделов, которые он должен изучить для освоения данной дисциплины. После каждого раздела пользователю нужно решить тест определенного уровня сложности. Сложность заданий теста определяется экспертом или с помощью специальных алгоритмов, основанных на модели Раша. Для формирования теста из существующих заданий необходимо решить задачу математического программирования, параметром которой является суммарный уровень сложности теста. Необходимо определить, какого уровня сложности тест выдавать пользователю в конце каждого раздела, чтобы он соответствовал уровню его подготовки и формировал индивидуальную траекторию обучения.

Решение о том, какой должна быть сложность выдаваемого в конце каждого раздела теста, предлагается принимать экспертно на основе того, к какой объективной категории принадлежит пользователь (например, «отличник», «хорошист» и т.д.). Таким образом, на каждом этапе обучения предлагается решать задачу классификации пользователя в одну из категорий. Определяются категории пользователя дискретно в процессе обучения по окончании каждого раздела курса дистанционного обучения.

**Слайд 3.**

Пусть – моменты времени, в которые проводятся очные контрольные мероприятия, на основании которых происходит объективная классификация пользователей СДО с последующей адаптацией их индивидуальных траекторий обучения.

В моменты времени объективная категория пользователя определяется на основе результата очной контрольной работы с помощью традиционной оценки , т.е. где . Случай означает, что пользователь не писал контрольную работу в момент времени В другие моменты времени объективная категория пользователя не определена.

**Слайд 4.**

Однако согласно формуле текущего рейтинга пользователя можно определить текущую категорию рейтинга пользователя согласно следующей методике.

Пусть – текущий (субъективный) рейтинг пользователя в момент времени *,* вычисляемый по формуле:

где – суммарная сложность теста, выполненного в момент ; – суммарная сложность правильно решенных заданий теста, выполненного в момент ; – общее число очных занятий, прошедших к моменту времени ; – число посещений пользователем очных занятий, прошедших к моменту времени .

Величины являются весовыми коэффициентами, которые выбраны так, чтобы максимальное значение текущего рейтинга пользователя в момент времени было бы равно 100. Эти величины отражают важность каждого слагаемого в формуле рейтинга. Например, выбраны следующие значения: . Если при вычислении текущего рейтинга требуется учитывать лишь успехи пользователя в СДО и посещение очных занятий, можно пересчитать коэффициенты, положив

**Слайд 5.**

Пусть – максимальный рейтинг, который может быть набран пользователем к моменту времени Например, для справедливо . Траектория этой верхней границы, а также несколько примеров траекторий текущего рейтинга для случая

**Слайд 6.**

Текущая категория рейтинга для заданного множества определяется текущим рейтингом . При этом границы изменения рейтинга в каждой из категорий определяются экспертами.

Таким образом в каждый момент времени необходимо по текущей категории рейтинга принять решение о классификации пользователя в одну из объективных категорий по результатам следующей за контрольной работы.

**Слайд 7.**

Требуется прогнозировать оценку, которую получит пользователь на следующей контрольной работе, имея текущую категорию рейтинга . Этот прогноз позволит наилучшим образом подобрать сложность предлагаемого в текущий момент времени теста, чтобы максимально способствовать повышению успеваемости пользователя. Для подбора в этой ситуации сложности теста используются различные педагогические приемы, описание которых выходит за рамки данной статьи. В данной работе для прогнозирования предлагается использовать метод байесовской классификации.

Пусть – вероятность того, что наугад выбранный пользователь в момент времени проведения контрольной работы, следующей за моментом времени будет иметь объективную категорию рейтинга ; – условная вероятность того, что наугад выбранный пользователь в момент времени имеет текущую категорию рейтинга равную при условии, что в момент времени проведения контрольной работы, следующей за моментом времени , он будет иметь объективную категорию рейтинга .

**Слайд 8.**

Рассмотрим алгоритм классификации . Он ставит в соответствие пользователю с текущей категорией рейтинга объективную категорию на момент следующей контрольной работы. Рассмотрим множество Вероятность того, что пользователь имеет текущую категорию рейтинга и алгоритм отнесёт его к объективной категории , равна где – условная вероятность событий при условии, что в момент времени пользователь будет иметь объективную категорию рейтинга . Каждой паре поставим в соответствие величину потери при классификации пользователя к объективной категории вместо . Тогда функционал среднего риска – ожидаемая величина потери при классификации алгоритмом – имеет вид:

**Слайд 9.**

Согласно теории байесовской классификации, если известны вероятности и , то минимум среднего риска достигается следующим алгоритмом:

1. .

Решать задачу оптимизации не представляется возможным, поскольку вероятности и неизвестны. Вместо этого для классификации можно использовать эмпирические оценки вероятностей и , найденные по обучающей выборке. Под обучающей выборкой понимается статистика работы пользователей СДО, обучающихся по аналогичной программе за определенный промежуток времени. Эта информация становится доступным после выполнения СДО первого курса обучения. Таким образом, указанные оценки можно найти как относительные частоты:

где – число пользователей, имевших по результатам теста в СДО в момент объективную категорию рейтинга , – общее число пользователей СДО, обучавшихся по данной программе, по результатам обучающей выборки; – число пользователей СДО, имевших к моменту времени текущую категорию , у которых объективная категория рейтинга на момент времени была равна – общее число пользователей СДО, имевших объективную категорию рейтинга на момент времени равную .

**Слайд 10.**

В силу малого числа элементов множеств задача может быть решена в каждый момент времени простым перебором. Результат решения сильно зависит от выбора величины потерь Традиционным выбором является модуль разности и или его квадрат. Этот выбор приведет к формированию классификатора на основе условного математического ожидания , симметрично усредняющего ошибки как с завышением, так и с занижением объективного рейтинга пользователя. Однако с точки зрения процесса обучения и построения индивидуальной траектории пользователя представляется заметно хуже ошибочно занизить категорию пользователя, чем ошибочно ее завысить. Поэтому предлагается использовать разные штрафы для неположительных , т.е. когда рейтинг ошибочно завышается (например, использовать модуль разности или корень), и для положительных, т.е. когда рейтинг ошибочно занижается (можно предложить , т.е. кратно увеличивать штраф за занижение рейтинга).

Представленный в таблице 1 способ формирования текущей категории рейтинга пользователя отражает его текущую успеваемость в классической пятибальной шкале. Для более тонкой настройки процесса адаптации индивидуальной траектории пользователя с применением описанного классификатора можно расширить множество возможных значений текущего рейтинга пользователя до элементов, дискретизовав соответствующим образом величину . Например, для текущей категории рейтинга можно присваивать значение , т.е. , если будет удовлетворять условию .

В качестве альтернативы к предложенному классификатору можно рассматривать вариант

т.е. оценку, обеспечивающую максимум апостериорной вероятности объективной категории относительно текущего рейтинга В реализации эта вероятность также может быть оценена соответствующей частотой по обучающей выборке. Это метод, также, как и метод условного среднего, имеет недостаток симметричного учета штрафа за ошибки завышения/занижения рейтинга, что и демонстрирует представленный далее численный эксперимент.

**Слайд 11.**

Представленная в статье методика формирования индивидуальной траектории обучения была опробована на примере использования электронного учебника по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» в системе дистанционного обучения CLASS.NET [16] МАИ при очной форме преподавания этой дисциплины студентам инженерных факультетов и наличии 3-х контрольных работ в процессе обучения. Использовались оба приведенных выше классификатора для числа дискретных значений текущей категории рейтинга . Электронный учебник содержит 14 разделов. Очные контрольные работы проводятся после 5-ого, 10-ого и 14 разделов. Таким образом, Рассмотрим решение задачи классификации перед 8 разделом учебника. Соответствующие оценки вероятностей, необходимые для решения задач классификации отражены в таблицах 2-4.

**Слайд 15.**

Результаты классификации с использованием формулы для случая отражены на диаграмме 1, а с использованием формулы на диаграмме 2. По горизонтальной оси расположены значения текущей категории рейтинга , а по вертикальной оси – объективная категория рейтинга по результатам классификации. При приведенных исходных данных задачи (2) и (3) имеют единственные решения для каждого значения

**ДОП**

EM-алгоритм (англ. expectation-maximization) — это общий метод нахождения оценок функции правдоподобия в моделях со скрытыми переменными, который из смеси распределений позволяет строить (приближать) сложные вероятностные распределения.